文章编号:0253-4339(2013)02-0060-06 doi:10.3969/j.issn.0253-4339.2013.02.060

# 微细长竖圆柱外侧的自然对流换热

# 侯亚丽<sup>1</sup> 汪建文<sup>1</sup> 刘志刚<sup>2</sup>

#### (1 内蒙古工业大学能动学院 呼和浩特 010051;2 山东省科学院能源研究所 济南 250014)

**摘 要** 采用焦耳加热法对直径分别为 39.9mm ~ 350.1mm 的微细紫铜丝在空气中垂直放置时自然对流换热的 Nu)进行了测量,并将实验值与前人所总结的多个准则方程式的计算值相比较,结果表明:所有准则方程式的计算值之间存在一定的差距,此 差距随着细丝直径的减小而减小;所有计算值与实验值之间均存在偏差,随着细丝直径的减小偏差增大,最大偏差达到了 50%; 随着微细长竖圆柱直径的减小,细长圆柱表面换热增强,这可能是由于尺寸的微米化,使得微细长竖圆柱的边缘效应加强,贴壁 层变薄,从而使换热得到强化。

关键词 自然对流换热;微细长竖圆柱;准则方程;努塞尔数 中图分类号:TK124

文献标识码:A

# Investigation on Natural Convective Heat Transfer of Outside Micro-slender Cylinders

Hou Yali<sup>1</sup> Wang Jianwen<sup>1</sup> Liu Zhigang<sup>2</sup>

(1. School of Energy and Power Engineering, Inner Mongolia University of Technology, Hohhot, 010051, China;2. Energy Research Institute of Shandong Academy of Sciences, Jinan, 250014, China)

**Abstract** The natural convection outside micro-slender cylinders placed vertically with outer diameters from 39.9 $\mu$ m to 350.1 $\mu$ m with air, is experimentally investigated. The Joule heat method is employed to obtain the Nusselt numbers in the experiment. The results are compared with the values of classical correlation equations. The investigations show that all values of classical correlation equations are different from each other, and the differences will decrease with decrease of the diameter of micro-slender cylinder. The deviation between experimental results and values of classical correlation equations will increase with decrease of the diameter, which can reach 50%. The heat transfer coefficient of natural convection increases with the decrease of the diameter of the micro-slender cylinder. These phenomena may be due to the enhancement of the natural heat transfer caused by the thinner boundary layer which resulted from the edge effect when the diameter of the micro-slender cylinder becomes smaller.

Keywords natural convective heat transfer; micro-slender cylinder; classical correlation equations; Nusselt

竖圆柱作为一种自然对流换热问题的典型几何 形状,其外侧的自然对流换热现象从 50 年代开始就 受到国内外很多学者青睐。近几十年,随着大规模集 成电路的迅速发展,微观世界的深入探讨,微细长圆 柱外侧的自然对流换热再次成为了众多学者的研究 重点。如杨伟德等<sup>[1]</sup>对直径分别为 101mm、403mm 和 801mm 的铜丝外表面的自然对流换热系数的测 量,证明随铜丝外径的减小,其自然对流换热逐渐增 强;Biswal 等<sup>[2]</sup>对竖直放置的微通道内自然对流进行 了数值模拟,分析了不同努森数(Knudsen)下壁面速 度滑移和温度跳跃对换热的影响;管宁等<sup>[3]</sup>对水平 放置 在 空 气中的微细 金 属 丝 (外 径 为 39.9 ~ 350.1μm)的自然对流换热进行了实验研究和模拟 计算,结果表明随着微细金属丝直径的减小,表面自

— 60 —

然对流换热系数在增大,而 Nu 则先减小后增大,数 值计算结果与理论计算值的差别也随着直径的减小 而增大。虽然目前已有相当数量的实验和理论研究, 但有关微细长竖圆柱外自然对流换热规律及其换热 准则方程式却并未取得统一的认识。前人已经总结 的具有较广泛适用范围的换热准则方程式,随着微细 长竖圆柱直径的微米化,以及长径比的大幅度增高, 准则方程的适应性再次受到质疑。

作者在研读相关文献的基础上,总结了前人有关 细长竖圆柱外自然对流换热准则方程式及其适用范 围;并通过对直径分别为 39.9mm、65.6mm、119.1mm、 246.5mm及 350.1mm的微细紫铜丝在空气中垂直放 置时自然对流换热系数的测量,对前人所总结的准则 方程进行了验证。结果发现所有自然对流换热准则 方程的计算值间存在一定的差别。同时文中将各个 准则方程的计算值与实验得到的平均对流换热 Nu 数相比较,实验值出现了开始低于计算值随后又高于 计算值的现象,并随着微细竖圆柱直径的减小、长径 比的增大,实验值大于预测值程度将增大。

## 1 自然对流换热的准则方程

长久以来,人们对竖圆柱外的自然对流换热进行 了广泛的研究。Sparrow 和 Gregg<sup>[4]</sup>利用边界层微分 方程组求解了  $Pr = 0.7 \ D_1$ ,壁面温度  $t_x$ 为常数时竖 圆柱外侧的层流自然对流换热,得到了竖圆柱与竖平 壁放热系数之比  $\varepsilon$ :

$$\varepsilon = f_1 \left( \frac{2^{3/2}}{Gr^{1/4}} \cdot \frac{L}{r_0} \right) \tag{1}$$

式中: *L* 和 *r*<sub>0</sub> 为竖圆柱的长度和半径, *ε* > 1。 可以看到,竖圆柱的放热比竖平壁高,且随着圆柱长 度的增大和直径的减小,这种差别将增大,其中直径 的作用要大于长度的作用。

Mueller<sup>[4]</sup>对细丝在空气中的放热进行了研究以后,得出的结论是竖放的细丝的自然对流换热与其长度无关,且竖放的放热要比横放的放热低一点,其提出的准则方程为:

$$Nu_{\rm D} = 1.0 (Gr_{\rm D} \cdot Pr)^{0.11}$$
(2)

Sparrow 和 Gregg 经实验提出的综合准则方程为:

$$Nu_{\rm L} = 0.63 Pr^{1/4} \cdot \frac{2L}{d}$$
 (3)

式(2)、(3)都否定了竖圆柱的长度对其外表面 自然对流换热的影响,在本质上完全忽视了边界层随 高度的增长。

有些研究虽然考虑了长度对竖圆柱外自然对流 换热的影响,但同时或否定了圆柱直径的影响,或认 为长度与直径的影响作用是相等的。任行祥<sup>[5]</sup>在总 结前人的实验和理论的结果基础上,通过测量直径为 4.94mm~50mm 的竖圆柱在空气中的自然对流换热 规律,肯定了长度对竖圆柱外对流换热的影响,提出 了竖圆柱体在空气中放热的准则方程:

$$Nu_{\rm m} = 0.56 \, (\,Gr \cdot Pr)_{\rm m}^{1/4} + \frac{L}{d} \tag{4}$$

式中:以圆柱的长度作为定型尺寸。当 $\frac{L}{d} \rightarrow 0$ 时,式(4)简化为竖平壁的放热公式。作者同时将式(7)用于水或其他介质的放热,发现偏差较大。

Nagenda<sup>[7]</sup>等实验研究了竖圆柱在水中的自然对 流换热,推介的综合准则方程为:

$$Nu_{\rm D} = 1.3 \left( Gr_{\rm D} \cdot Pr \cdot \frac{d}{L} \right)^{0.16}$$

$$2 \times 10^{-2} < Gr_{\rm D} \cdot Pr \cdot \frac{d}{L} < 14^{4}$$

$$Nu_{\rm D} = 0.87 \left( Gr_{\rm D} \cdot Pr \cdot \frac{d}{L} \right)^{0.05}$$

$$Q_{\rm D} = 0.87 \left( Gr_{\rm D} \cdot Pr \cdot \frac{d}{L} \right)^{0.05}$$

$$Q_{\rm D} = 0.67 \left( Gr_{\rm D} \cdot Pr \cdot \frac{d}{L} \right)^{0.05}$$

$$Q_{\rm D} = 0.67 \left( Gr_{\rm D} \cdot Pr \cdot \frac{d}{L} \right)^{0.05}$$

$$Q_{\rm D} = 0.67 \left( Gr_{\rm D} \cdot Pr \cdot \frac{d}{L} \right)^{0.05}$$

$$Q_{\rm D} = 0.67 \left( Gr_{\rm D} \cdot Pr \cdot \frac{d}{L} \right)^{0.05}$$

$$10^{-4} < Gr_{\rm D} \cdot Pr \cdot \frac{d}{L} < 2 \times 10^{-2}$$
 (6)

式(4)~(6)都考虑到了圆柱长度对其外表面换 热的影响,但形式各异,各套实验数据间不能协调一 致,且各自的使用范围较窄。杨世铭<sup>[4]</sup>针对以上问 题,根据对自然对流的 *N-S* 方程的分析,应用边界层 理论,得一新的独立准则数  $Ra_{\rm D} \cdot \frac{D}{L}$ ,从而从理论上 肯定了高度 *L* 对于竖圆柱的自然对流是有影响的。 同时运用正确的准则整理了前人已得到的实验数据, 提出了具有较广应用范围的准则方程:

$$Nu_{\rm D} = 0.59 (Gr_{\rm D} \cdot Pr \cdot \frac{d}{L})^{1/4} + 0.52$$
  

$$0.0001 < Gr_{\rm D} \cdot Pr \cdot \frac{d}{L} < 1.05 \times 10^{6}$$
  

$$Nu_{\rm D} = 0.95 (Gr_{\rm D} \cdot Pr \cdot \frac{d}{L})^{0.052}$$
  
(7)

$$1.293 \times 10^{-13} < Gr_{\rm D} \cdot Pr \cdot \frac{d}{L} < 0.0001 \qquad (8)$$

各个研究者的有关细长竖圆柱外自然对流换热 研究汇总在表1中。

表1 细长竖圆柱外自然对流换热研究一览表 Tab. 1 Investigations of heat transfer of natural convective

研究者	流体	直径/mm	长径比
Mueller	空气	0. 11 ~ 0. 69	1480 ~ 2720
Nagenda	水	0.5~8.0	95 ~ 3050
任行祥(ren)	空气	4.94~50	7.86~101.2
杨世铭(yang)	空气、水	0.3~215	0. 87 ~ 5430

## 2 实验装置及实验误差

### 2.1 实验装置

如图 1 所示,实验中采用直流稳压稳流电源对微 细紫铜丝直接进行焦耳加热,通过调节加热电流的大 小,使细丝表面具有不同的热流密度。加热的电流和 电压分别用精度为 0.02% 和 0.01% 的电流表和电压 表测量。环境温度用固定于离细丝 10cm 的地方、精 度为 0.1℃二级水银玻璃温度计读出。实验段微细 紫铜丝的长度采用精度为 ± 0.5mm 不锈钢米尺测 量;沿实验段的轴向均匀的取 10 点,用精度为 ± 1mm

— 61 —

数显千分尺测量细丝的外径,计算十点的平均值作为 实验段的精确外径。实验段尺寸如表2所示。



### 图 1 实验装置简图 Fig. 1 Schematic of the test setting

实验时,实验段的紫铜丝将固定在两根最大外径 为15mm 的紫铜棒上,并将直径为3mm 的连接导线 于紫铜棒的另一端,实现对细丝的固定和焦耳加热。 由于细丝表面带有一层绝缘薄膜,所以细丝与紫铜棒 焊接前需用细砂纸将其外表面的薄膜去掉。为了尽 可能减小细丝与铜棒间的接触热阻,将打磨过的细丝 端头多次对折后,再将其放入铜棒接口与铜棒进行焊 接。将细丝垂直放在空气中,通以电流,待加热稳定 后记录此时的电压值和电流值。测量时保证室内无 人活动,使细丝处于一平稳的换热环境中。待测试完 毕后,将细丝和铜棒一起放入恒温水浴进行电阻标 定。标定时,恒温水浴的温度由二级温度计读出;实 验段的电阻值由测量精度为  $\pm 1\mu\Omega$  的 ZRC-V 直阻仪 读出。每隔5℃取一组温度和电阻值。确定实验段 电阻与温度的关系后,结合前面测得的电压和电流值 就可精确的确定出实验时细丝表面的平均温度。

表 2 实验段几何尺寸表	
Tab. 2 Geometrical sizes of outside slender	cvlinde

直径/μm	长度/mm	长径比
350. 1	325	928.3
246. 5	858	3480. 7
119.1	521	4374.5
65.6	666	7698.2
39.9	363	9097.7

### 2.2 实验误差

实验误差主要来源于各种测量系统地系统误差 和一些轻微的实验误差。虽然细铜丝与铜棒的焊接 — 62 — 处较大的电阻值(主要针对较粗的铜丝)及连接导线 的电阻值将使加热功率偏小,但实际上实验中所加电 流最大不超过 3A,三种误差导致的最大加热功率偏 差不超过 3%。恒温水浴温度波动范围为 ±0.05°C, 二级温度计的精度为 ±0.1°C,因此水温测量的实际 误差在 ±0.1°C;用于测量电阻值的 ZRC-V 直阻仪的 精度是 ±1 $\mu$ Ω,而任意温度下的电阻值由至少三点拉 格朗日插值法得到,所以细丝平均表面温度的精度可 以达到 ±0.15°C。

由于实验采用的是紫铜丝外包有一层极薄的绝缘层,会在铜丝的内外表面会产生一定量的温度差, 但由于绝缘层的导热系数很大,根据傅里叶定律 q = -λdt/dr 计算出内外温差极小,最大温差不超过 0.03℃,可以忽略不计;细丝加热后要与周围空气热 交换使其近周温度上升,这将使环境温度的测量值偏 小。但由于细丝的散热量极小,经实验验证这种偏差 最大不超过 0.2℃,可忽略;细铜丝壁面温升变化范 围较小(<100K),实验中将细丝表面黑度取为定值 0.26,由此引入的热量误差最大不超过 0.3%。

由于以上实验及系统误差均很小,经误差传递计算,是实验中得到的 Nu 数误差均小于 5%。

### 3 数据处理

实验中紫铜丝表面的平均自然对流换热系数由 式(1)计算:

$$Nu_{\rm d} = \frac{h_{\rm L} \cdot d}{\lambda} = \frac{Q' \cdot d}{A \cdot \lambda} (T_{\rm w} - T_{\infty})$$
<sup>(9)</sup>

式中:Q'为实验紫铜丝表面的自然对流换热量; A 为实验段紫铜丝的表面积:  $A = \pi dl$ ,  $m^2$ ; d 为紫铜 丝的外表面直径,m; l 为实验紫铜丝的长度,m; $T_w$ 为 紫铜丝的平均表面温度, $\mathbb{C}$ ; $T_x$ 为环境温度, $\mathbb{C}$ ;  $\lambda$  为 空气的导热系数, $W/(m \cdot K)_o$ 

铜丝表面的自然对流换热量 Q' 由总热量减去细 丝的辐射换热量的到,即:

$$Q' = Q - Q'' = UI - Q^{''}$$
(10)

式中:Q"是紫铜丝表面由于辐射而散失的热量, 由式(3)计算得到:

$$Q'' = \varepsilon \sigma \left[ \left( \frac{T_{w}}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_{\infty}}{100} \right)^4 \right]$$
(11)

式中: σ 为黑体辐射常数, 其值为 5.67 W/(m<sup>2</sup>·K<sup>4</sup>); ε 为紫铜丝表面黑度, 由于实验段没有磨光, 且 实验中期表面温度不高于 100℃, 因此其黑度随温度 的不同在 0.22 ~ 0.3 之间变化, 这里取平均值为 0.26<sup>[1]</sup>。

## 4 实验结果及分析

将实验值与上面的 Mueller 准则方程(2)、Nagenda 准则方程(5)、(6)、ren 准则方程(4)和 yang 准则 方程(7)、(8)的计算值进行对比。以细铜丝表面平均温度与空气的平均温度的差  $\Delta T$  为横坐标,Nu 数为纵坐标,实验 Nu 数与关联式计算值对比如图 2 ~ 图 6 所示。









Fig. 3 Comparison of Nusselt numbers between experimental results and values of classical correction equations in micro-wire with diameter 246. 5µm



图 4 直径为 119. 1μm 细丝外自然对流换热的实验值和计算值 Fig. 4 Comparison of Nusselt numbers between experimental results and values of classical correction equations in micro-wire with diameter 119. 1μm











由图 2~图 6 的(a)图可以看到,随着紫铜丝直 径的减小, Mueller 准则方程、Nagenda 准则方程和 yang 准则方程的计算值之间的差距越来越小。对于 直径为 39.9μm 的紫铜丝,三个计算值之间的差别小 于 5%~10%;而对于直径为 350.1μm 的紫铜丝,三 个计算值之间的差别约为 50%。作者认为出现这种 现象的可能原因是:文中所讨论的准则方程都是在实 验数据的基础上归纳总结而得来,其在 Ra<sub>D</sub>很大或很 小(如 Ra<sub>D</sub><1)的范围内,准则方程式的计算值很大 程度上都是估计值,具有相同的趋势值,所以随着紫 铜丝直径的减小,Ra 值越来越小,所有准则方程的计 算值之间的差距也越来越小。从图中我们还可以看 到,对于所有直径的紫铜丝,yang 准则方程的计算值 与 Nagenda 准则方程的计算值之间的差别很小,平均 误差为 5%,具体原因可见文献[4]。

从图 2~图 6 的(a)图还可知,三个准则方程式 - 64 --

的计算值都随着温差  $\Delta T$  的增大而增大,但增大的幅 度较小。而实验值开始小于所有计算值,随着细丝直 径的减小,实验值开始大于所有计算值。如图 2(a) 所示,直径为350.1µm 的紫铜丝表面的实验值远小 于所有准则的计算值;当直径减小到 39.9µm(如图 6 (a)所示)时,实验值比所有准则方程的计算值平均 高 60% 以上,最大达到 78%。究其原因,作者认为可 能是随着紫铜丝直径的减小,其表面的换热方式将发 生变化,表面的尺寸效应也将进一步增强。如直径为 350.1µm 的紫铜丝,其表面的边界层厚度与尺寸比 值明显增大,这时细丝表面的换热方式是自然对流与 导热联合作用[7],而所有准则方程是以纯自然对流 换热来计算的,所以图上显示实验值要小于计算值; 随着直径的减小,可能是在自然对流换热中,边界层 的厚度对换热系数的影响很大,微小尺寸下壁面处的 边界层变的极薄,导致外表面自然对流换热系数的极 大增加[3],实验值开始大于所有计算值。

由图 2~图 6 中的(b)图可以看到,ren 准则方程 的计算值与实验值之间的差距随着细丝直径的减小 而增大,对于直径为 39.9μm 的紫铜丝,两者间的差 距达到了 50% 以上。且 ren 准则方程的计算值,除直 径为 39.9μm 的紫铜丝外,均比实验值要大。作者认 为这是由于实验中使用的紫铜丝的长径比很大,而得 出 ren 准则方程的实验数据其长径比仅为 7.86~ 101.2,ren 准则方程中直接强化了长径比的作用,导 致计算值大于实验值。也就说 ren 准则方程中认为 细长圆柱的长度和直径对换热强度的影响作用是同 等的,而实验中显示细长竖圆柱的直径对换热的强度 的影响要更大。

从图 2 ~ 图 6 还可以看到,实验所得的平均 Nu数开始随着温差  $\Delta T$ 的增大而增大,随着紫铜丝直径的减小,如直径为119.1 $\mu$ m、65.6 $\mu$ m 及 39.9 $\mu$ m 尺寸的紫铜丝,实验值随着温差  $\Delta T$ 的增大而减小。究其原因,作者认为随着细丝直径的减小,细丝表面的自然对流换热加强,当直径小到一定的程度时,由于边缘效应作用,附面层极薄,导致对流换热极度的加强<sup>[3]</sup>,出现不同于常规的换热现象,具体原因还有待于进一步的研究。

### 5 结论

1) 实验 Nu 数与所有准则方程的计算值均存在 差距,最大偏差达到 60% 以上,现有的准则方程不能 准确的预测微细长竖圆柱外的自然对流换热趋势。 同时,现有的准则式中均未考虑尺度微小化后的尺寸 效应,因此微自然对流换热仍需要进一步的研究与分 析。

2)实验 Nu 数显示随着微细竖圆柱直径的减小, 自然对流换热强度增大,但并未显示出细长竖圆柱长 度对换热强度的影响,还需要进一步的实验和理论研 究来验证长度及长径比对自然对流换热的影响。

3)随着长竖圆柱直径的减小,自然对流换热强 度增大。当微细直径小到一定的尺度,例如直径为 119.1μm、65.6μm及39.9μm尺寸的微细紫铜丝,其 表面的换热将出现不同于常规的换热现象:随着温差 ΔT的增大,换热强度减小。

本文受内蒙工业大学校基金(X200825)资助。(The project was supported by the Natural Science Foundation of Inner Mongolia University of Technology(No. X200825).)

#### 参考文献

- [1] 杨德伟,黄善波,林日亿. 微小尺度下自然对流换热特性 实验研究[J],工程热物理学报,2006,27(2),301-303.
  (Yang Dewei, Huang Shanbo, Lin Riyi. An experimental on micro natrual convection heat transfer characters [J]. Journal of Engineering Thermophysics,2006,27(2):301-303.)
- [2] Biswal L, Som S K, Chakraborty S. Effects of entrance region transport processes on free convection slip flow in vertical microchannels with isothermally heated walls [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2007, 50 (7):1248-1254.
- [3] 管宁,刘志刚,梁世强,等,微细金属在空气中自然对流换热[J].北京,北京工业大学学报,2009,35(7):977-981.(Guan Ning,Liu Zhigang,Liang Shiqiang, et al. Investigation on Heat Transfer of Natural Convective Flow Between Micro-wire and Air [J]. Beijing, Journal of Beijing University of Technology,2009,35(7):977-981.)
- [4] 杨世铭. 细长竖圆柱外及竖圆管内的自然对流换热
  [J]. 西安交通大学学报, 1980, 14(3): 114-130. (Yang Shiming. Free Convections of heat outside slender vertical cylinders and inside vertical tubes [J]. Journal of Xi' an Jiaotong University, 1980, 14(3): 114-130.)
- [5] 任行祥. 竖圆柱在空气中的层流自由运动放热[J]. 西 安交通大学学报,1964(4):67-80.(Ren Xingxiang. The Free movement of heat in the laminar flow of air outside vertical cylinders[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 1964(4):67-80.)
- [6] 董庆,孙立,贺建坤.水平微细圆柱表面与水自然对流换 热的实验研究[J].山东理工大学学报(自然科学版), 2007,21(5):85-87.(Dong Qing, Sun Li, He Jiankun. Experimental study on heat transfer of natural convection between micro-horizontal cylinder and water[J]. Journal of Shandong University of Technology(Natural Science Editiom),2007,21(5):85-87.)

#### 作者简介

侯亚丽,女(1982-),讲师,内蒙古工业大学能源与动力工程 学院,(0471)6596145,E-mail:houyali1234@163.com。研究 方向:强化传热,微尺度换热。

### About the author

Hou Yali(1982 – ), female, lecturer, School of Energy and Power Engineering, Inner Mongolia University of Technology, E-mail: houyali1234@163.com. Research fields: Intensified Heat Transfer, Heat Transfer in micro-scale.